المستوى الثانية ثانوي علوم تجريبية

المدة : 40 دقيقة

فرض الفصل الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول (5 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = 2n + 3$

1) أثبت أن (U_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

3) عين رتبة الحد الذي قيمته 4041

4) هل العدد 17 حدا من حدود المتتالية (U_n) ؟

5) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_{n+3}$ ثم استنتج

الجداء P_n بدلالة n حيث: $P_n = 3^{U_0} \times 3^{U_1} \times \ldots \times 3^{U_{n+3}}$

التمرين الثاني (5 ن):

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n - 16}{U_n + 11} \end{cases}$

1) احسب الحدين U_1 و U_2

2) من أجل $U_n \neq -4$ نعرف المتتالية (V_n) على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{1}{U_n + 4}$

➢ أثبت أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

3) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

4) احسب المجموعين S و S' بدلالة n:

$$S = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$$

$$S' = U_0V_0 + U_1V_1 + \cdots + U_nV_n$$

التصحيح النموذجي:

التمرين الأول (5 ن):

1) المتتالية (U_n) حسابية أساسها 2 و حدها الأول $U_0 = 3$

2) المتتالية (U_n) متزايدة

3) n=2019 ومنه رتبة الحد الذي قيمته 4041 هي 2020

4) 17 حد من حدود المتتالية حيث $U_7 = 17$

5) $S_n = (2n + 12) \times \frac{n+4}{2} = (n + 6)(n + 4)$

$$P_n = 3^{U_0+U_1+\cdots+U_{n+3}} = 3^{(n+6)(n+4)}$$

التمرين الثاني (5 ن):

1) حساب الحدود U_1، U_2 و U_3: $U_1 = -\frac{16}{11}$ و $U_2 = \frac{-32}{15}$

➢ إثبات أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول:

(V_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{7}$ و حدها الأول $V_0 = \frac{1}{4}$

2) كتابة V_n بدلالة n: $V_n = \frac{1}{4} + \frac{n}{7} = \frac{7+4n}{28}$

استنتاج U_n بدلالة n: $U_n = \frac{1}{V_n} - 4 = \frac{1}{\frac{1}{4}+\frac{n}{7}} - 4 = \frac{28}{7+4n} - 4$

3) حساب المجموعين S و S' بدلالة n:

$$S = \left(\frac{2}{4} + \frac{n}{7}\right)\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

$$S' = -4(V_0 + V_1 + \cdots + V_n) + (1 + 1 + \cdots + 1) = -4\left(\frac{2}{4} + \frac{n}{7}\right)\left(\frac{n+1}{2}\right) + (n + 1)$$