



التمرين الأول: (05 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = e^{x \ln 2} - \ln \frac{3}{2}$ هي حل للمعادلة التفاضلية $y' = y \ln 2 + \ln 3$.

(2) عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد 3^{2022} هو: 964.

(3) المعادلة: $e^{3x} + e^{2x} - 6e^x = 0$ تقبل حلين متميزين في \mathbb{R} هما $\ln 2$ و $-\ln 3$.

(4) الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$

تمثيلها البياني (C) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس يقبل محور تناظر $x = 2$ معادلة له.

(5) الدالة العددية h المعرفة على $[-\pi; \pi]$ بـ: $h(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2)}{1-\cos x} & ; x \neq 0 \\ 2 & ; x = 0 \end{cases}$ مستمرة في 0.

التمرين الثاني: (08 نقاط)

الجزء الأول:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. في الشكل المرفق، (C_g) هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على

\mathbb{R} بـ: $g(x) = (x-3)e^{x-1} + 2$ و (T) هو مماس (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1 و (D) هو المستقيم المقارب لـ

(C_g) عند $-\infty$.

(1) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α

حيث: $2,5 < \alpha < 2,6$.

(2) بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية:

أ. عين: $g(1)$ ، $g'(1)$ ، $g'(2)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g'(x) - g'(1)}{x-1}$

ب. أكتب معادلة لـ (T) .

ج. أنجز جدول تغيرات الدالة g .

د. استنتج تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

(3) ليكن m وسيطا حقيقيا، ناقش بيانيا تبعا لقيم m عدد حلول المعادلة $g(x) = m(x-1)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x-4)e^{x-1} + 2x - 1$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\vec{O}; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ. أحسب نهايتي الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم فسر بيانيا النتيجة المحصل عليهما.

ب. بين أن المستقيم (Δ) حيث $y = 2x - 1$ معادلة له مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$.

ج. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(2) أ. بين أن: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = g(x)$.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم أنجز جدول تغيراتها.

(3) أ. بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha - 3 + \frac{2}{\alpha - 3}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب. بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $3,5 < \beta < 3,6$.

ج. أنشئ (Δ) ، ثم مثل بيانيا (C_f) .

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I. في الشكل المرفق، (C) هو التمثيل البياني للدالة العددية $x \mapsto \ln x$ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (أنظر الصفحة 3 من 3)

نعتبر الدالتين العدديتين k و g المعرفتين على كل من المجالين $]-1; +\infty[$ و $]-\infty; 1[$ ب: $k(x) = \ln(1+x) + 1$

و $g(x) = \ln(1-x) + 1$ على الترتيب. (C_k) و (C_g) تمثيليهما البيانيين في نفس المستوى السابق.

(1) اشرح كيفية تمثيل بيانيا (C_k) انطلاقا من (C) ، ثم مثله.

(2) بين أن: (C_g) هو نظير (C_k) بالنسبة إلى حامل محور الترتيب، ثم مثله.

II. جدول التغيرات التالي هو للدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; 1[$ ب: $f(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(1-x)$

حيث: (C_f) تمثيليهما البياني في نفس المستوى السابق.

x	$-\infty$	-3	-1	0	1	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{3+\ln 4}{4}$	$+\infty$	0	$-\infty$	$-\infty$

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - g(x))$ ، ثم فسر بيانيا النتيجة المحصل عليها.

(2) أدرس الوضعية النسبية لكل من (C_g) و (C_f) .

(3) مثل بيانيا (C_f) .

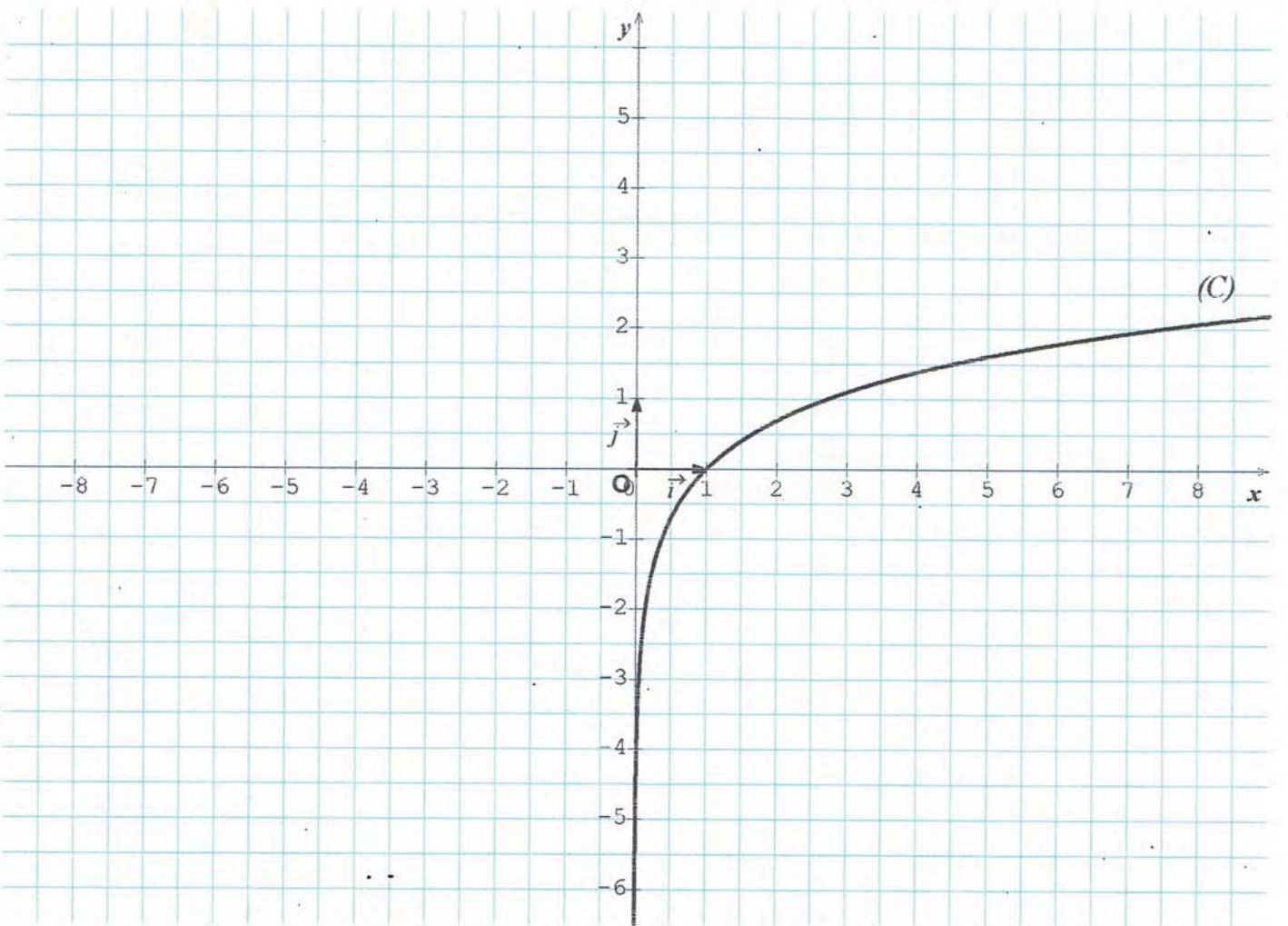
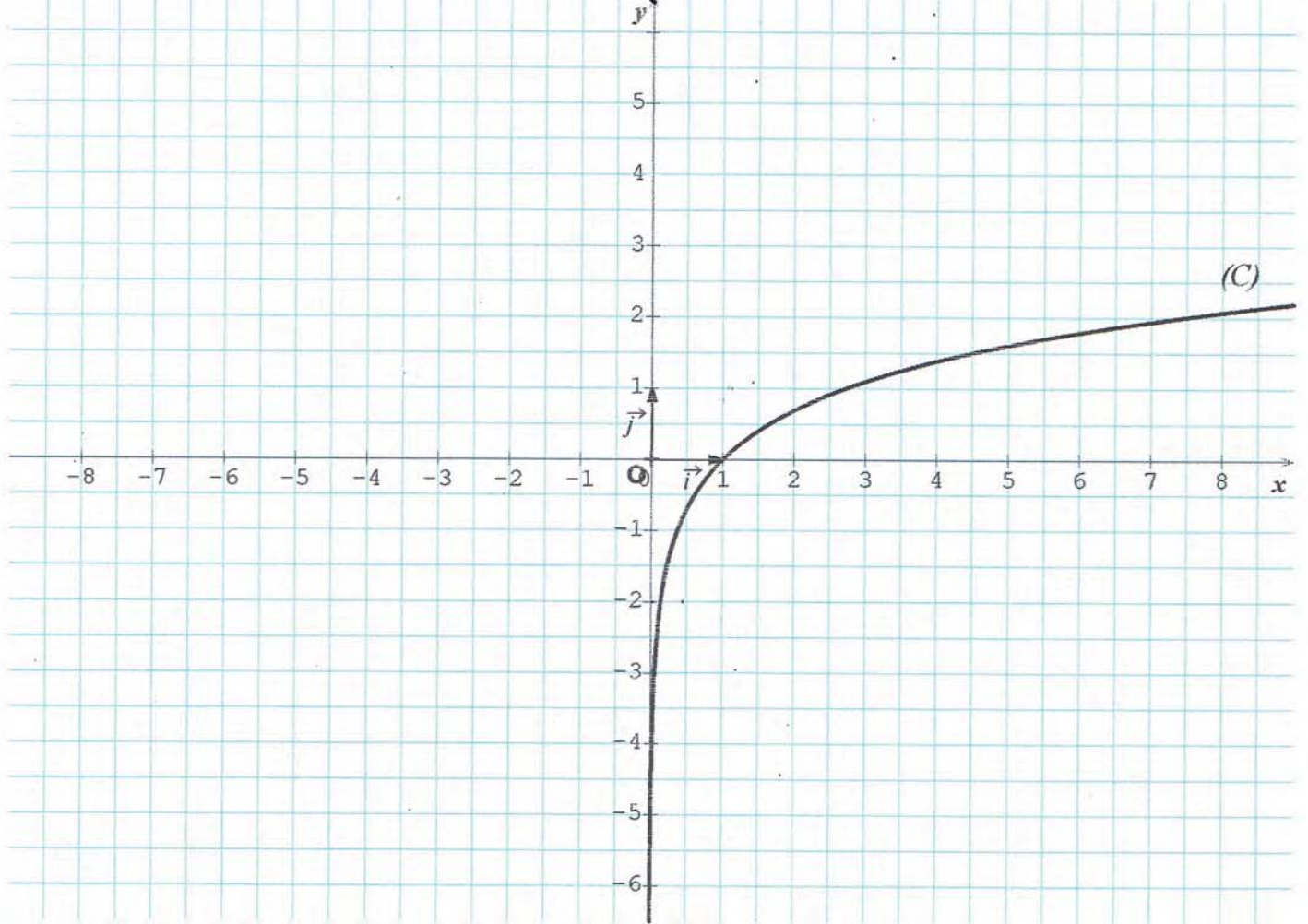
III. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على D ب: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ حيث: $D =]-\infty; -1[\cup]-1; 0[\cup]1; +\infty[$.

(1) باستعمال مبرهنة نهاية مركب دالتين أحسب نهايات الدالة h عند الأطراف المفتوحة لمجالات مجموعة تعريفها.

(2) أ. تحقق أن: من أجل كل $x \in D$ $h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right)$.

ب. عين إشارة $f'\left(\frac{1}{x}\right)$ على D .

(3) استنتج جدول تغيرات الدالة h .





إجابة مقترحة لاختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

حل المسألة الأولى:

الاحادية ليصح أو خطأ مع التبرير:

العبارة	الحكم	التبرير
01	خاطئة	<p>ليبدأ من أحد طرفي $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = e^{x \ln 2} - \ln \frac{3}{2}$</p> <p>ومن طرف من أحد طرفي $x \in \mathbb{R}$: $e^{x \ln 2} = f(x) + \ln \frac{3}{2}$</p> <p>وليسنا من جهة أخرى:</p> <p>من أحد طرفي $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{x \ln 2} \cdot \ln 2$</p> <p>$= (f(x) + \ln \frac{3}{2}) \cdot \ln 2$</p> <p>$= f(x) \cdot \ln 2 + \ln(\frac{3}{2}) \cdot \ln(2)$</p> <p>لذلك: $f'(x) \neq f(x) \cdot \ln 2 + \ln 3$</p> <p>والتالي f ليست حل للمعادلة التفاضلية</p> <p>$y' = y \cdot \ln 2 + \ln 3$</p>
02	خاطئة	<p>ليبدأ</p> <p>نعلم أن: $[\log_3 3^{2022}] + 1 < \log_3 3^{2022} \leq [\log_3 3^{2022}]$</p> <p>أي: $964 \leq \log_3 3^{2022} < 965$</p> <p>$\log_{10} 10^{964} \leq \log_3 3^{2022} < 10^{965}$</p> <p>$10^{964} \leq 3^{2022} < 10^{965}$</p> <p>ومن هنا عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد 3^{2022} هو 965</p>
03	خاطئة	<p>$e^x(e^{2x} + e^x - 6) = 0$ تكافئ: $e^{3x} + e^{2x} - 6e^x = 0$</p> <p>$e^{2x} + e^x - 6 = 0 \dots (*)$</p> <p>نضع $t = e^x$ ، $x \in \mathbb{R}$ من أحد طرفي</p> <p>(أي: من أحد طرفي $t \in]0; +\infty[$ ، $x = \ln t$)</p>

$$t = e^x$$

(*) تكافئ

$$\begin{cases} t^2 + t - 6 = 0 \dots (**) \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad | \quad a=1, b=1, C=-6$$

$$\Delta = 25$$

لذا $\Delta > 0$ ، إذن (**). تقبل حليين حقيقيين مختلفين:

$$t = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

$$t = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

و منذ مجموعة حلول المعادلة (*) هي S حيث:

$$S = \{ \ln 2 \}$$

صحيحة. وليت = من أجل $x \in \mathbb{R}$

04

$$g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$$

$$= \sqrt{(x-2)^2 - 4 + 5}$$

$$g(x) = \sqrt{(x-2)^2 + 1}$$

هناك $x \in \mathbb{R}$ فإن $4-x \in \mathbb{R}$

وليت

$$g(4-x) = \sqrt{(4-x-2)^2 + 1}$$

$$= \sqrt{(2-x)^2 + 1}$$

$$= \sqrt{(x-2)^2 + 1}$$

$$= g(x)$$

وبالتالي (C) يقبل القيمة حيث $x=2$ معادلة

له محور تماثل له.

لبيت، حالة عدم التماثل من شكل $\frac{0}{0}$

$$x \rightarrow 0$$

$$\frac{\ln(1+x^2)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} = \frac{1}{2} = 2 = h(0)$$

$$x \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow 0$$

$$\frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$\frac{1}{2}$$

وبالتالي h مستمرة في "0"

صحيحة

05

حل التمرين الثاني:

الجزء الأول:

4. اثبات أن المعادلة $g(x) = 0$ تفتن حلاً وحيداً α حيث:

$$2,5 < \alpha < 2,6$$

الدالة g معرفة ومستمرة على \mathbb{R} لأنها قابلة للاستقاف على \mathbb{R} وخصوصاً على المجال $[2,5; 2,6]$

$$g(2,5) \times g(2,6) < 0$$

$$\text{لأن: } g(2,5) \approx -0,24 \quad \text{و} \quad g(2,6) \approx 0,02$$

فإن حسب مبرهنة القيمة المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تفتن على الأقل حلاً في المجال $]2,5; 2,6[$

ولمبات أن الدالة g مستزادة لها على $[2,5; 2,6]$

فإن هذا الحل وحيد لرمز السيد بالرمز α
($g(\alpha) = 0$)

تبرير كون الدالة g مستزادة لها على المجال $[2,5; 2,6]$:

$$\text{أينما: من أجل كل } x \in \mathbb{R} \quad g'(x) = e^{x-1} + (x-3)e^{x-1} = (x-2)e^{x-1}$$

وضد إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-2$

وبالتالي: من أجل كل $x \in [2,5; 2,6]$: $g'(x) > 0$

أي أن الدالة g مستزادة لها على $[2,5; 2,6]$.

$$g(1) = 0 \quad g'(1) = -1 \quad g'(2) = 0$$

• $g'(1) = -1$ بيانياً هو معامل توجيه لهما من (T)

$$g'(1) = \frac{2-0}{-1-1} = -1 \quad \text{فإن: } A(1;0) \in (T) \quad B(-1;2) \in (T)$$

• $g'(2) = 0$ لأن (g) يقبل مماساً موازياً لمحامل محور الفواصل

في النقطة ذات الفاصلة 2

• لمبات أن الدالة g' قابلة للاستقاف على \mathbb{R} وخصوصاً في

$$1 \quad \text{فإن: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g'(x) - g'(1)}{x-1} = g''(1)$$

ولمبات أن (T) يكتف (g)

في النقطة ذات الفاصلة 1 فإن هذه النقطة تقاطع

القطاف لـ (g) ينتج عن ذلك أن $g''(1) = 0$

وبالتالي:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g'(x) - g'(1)}{x-1} = 0$$

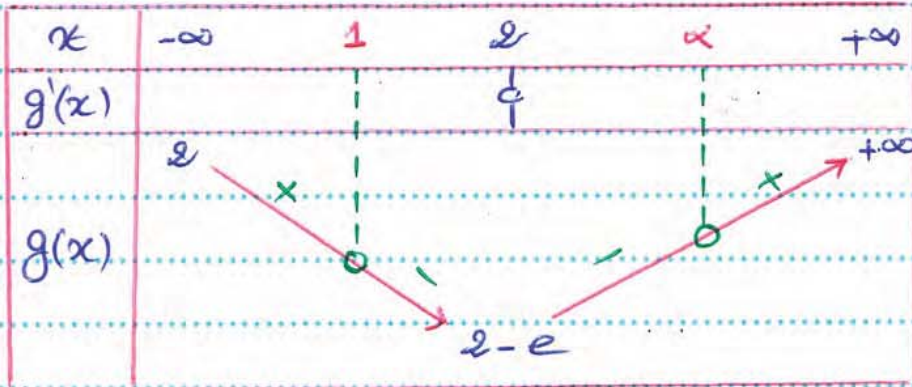
$$x \rightarrow 1$$

(ب) كتابة معادلة (T)

احيناء
(T): $y = g'(1)(x - 1) + g(1)$

ومنه
(T): $y = -x + 1$

(ج) ايجاد حدود تعبيرات الحالة g



(د) استنتاج إشارة g(x) تبعا لقيمة x

x	$-\infty$	1	2	α	$+\infty$
g(x)	+	ϕ	-	ϕ	+

(3) المناقشة البينائية تبعا لقيمة الوسيط الحقيقي m عدد حلول

المعادلة (*) $g(x) = m(x - 1)$

عدد حلول المعادلة (*) بينائية لمثل عدد لقط تقاطع (g)

مع المستقيم (A_m) الذي معادله له: $y = m(x - 1)$

هذا المستقيم معامل موجب m.

ولدينا: من أجل $m \in \mathbb{R}$: $m(x - 1) - y = 0$

يكافئ: $x - 1 = 0$ و $y = 0$

وبالتالي هذا المستقيم يسيل نقطة ثابتة إحداثياتها $(1; 0)$

مهما اختلفت m

سما سبق استنتاج أن نوع هذه المناقشة لبينائية: دورانية

قيمة m	عدد حلول المعادلة (*)
$m \in]-\infty; -1[$	المعادلة (*) تقبل حلا وحيدا
$m = -1$	المعادلة (*) تقبل ثلاثة حلول متساوية
$m \in]-1; 0[$	المعادلة (*) تقبل ثلاثة حلول متميزة
$m \in [0; +\infty[$	المعادلة (*) تقبل حابين متميزين

الجزء الثاني

١.٢.١٥ حساب نهايات البالة f عند $+\infty$ و $-\infty$ ، ثم تفسير النتيجة

السياسة

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x-4)e^{x-1} + 2x-1]$$

$$x \rightarrow +\infty \quad x \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

التفسير

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-4)e^{x-1} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x-1) = +\infty$$

$$x \rightarrow +\infty \quad x \rightarrow +\infty$$

$$a. \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{x-4}{x-1} (x-1)e^{x-1} + 2x-1 \right]$$

$$x \rightarrow -\infty \quad x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

التفسير

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-4}{x-1} = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)e^{x-1} = 0 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x-1) = -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

التفسير البياني للتبعيد

$$\text{لما أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{فإن } (f) \text{ لا يقبل}$$

مستقيماً مغارياً موازياً لحامل محور العواصل عند كل من

$+\infty$ و $-\infty$.

(4) إثبات أن (A) مستقيم مغارياً حائل لـ (f) عند $-\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x-1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x-4)e^{x-1}$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-4}{x-1} (x-1)e^{x-1}$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x-1)] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-4}{x-1} = 1$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)e^{x-1} = 0$$

$$x \rightarrow -\infty$$

التفسير

وبالتالي (A) مماس حائل لـ (f) عند $-\infty$.

(5) دراسة ومحاكاة (f) بالسياسة (A):

ندرس إشارة الفرق $f(x) - (2x-1)$

لدينا من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f(x) - (2x-1) = (x-4)e^{x-1}$

وبالتالي إشارة الفرق هي إشارة $x-4$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x) - (2x-1)$		$-$	$+$
وصفية (f) بالسببية (Δ) \perp	(f) أسفل (Δ) من	(Δ) يقطع (f) في النقطة التي أحداثياتها (4, 4)	(f) أعلى (Δ) من

12. إثبات أن: من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$

أولياً: من أجل $x \in \mathbb{R}$:
 $f'(x) = e^{x-1} + (x-4)e^{x-1} + 2$
 $= (x-4+1)e^{x-1} + 2$
 $= (x-3)e^{x-1} + 2$

ثانياً: من أجل $x \in \mathbb{R}$:
 (2) استنتاج اتجاه تغير البالة f ، ثم استخراج جدول تغيراتها.

حيث أن: من أجل $x \in \mathbb{R}$:
 $f'(x) = g(x)$
 فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$f(x)$	$+\infty$

13. إثبات أن: $f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-3}$

أولياً:
 وحيداً:
 $g(x) = 0$
 $(x-3)e^{x-1} + 2 = 0$
 $(x \neq 3)$; $e^{x-1} = \frac{-2}{x-3}$

ثانياً:
 $f(x) = (x-4)e^{x-1} + 2x - 1$

$= (x-4)\left(\frac{-2}{x-3}\right) + 2x - 1$

$= -2\left(\frac{x-3-1}{x-3}\right) + 2x - 1$

$= -2\left(1 - \frac{1}{x-3}\right) + 2x - 1$

$$f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-3} \quad \text{ومنه}$$

استنتاج حصر لـ $f(x)$:

$$\varphi(x) = f(x) \quad ; \quad x \in]2,5; 2,6[\quad \text{من أجل}$$

$$\varphi'(x) = 2 - \frac{2}{(x-3)^2}$$

$$= 2 \left[\frac{(x-3)^2 - 1}{(x-3)^2} \right]$$

$$= \frac{2(x-4)(x-2)}{(x-3)^2}$$

لأن: من أجل كل $x \in]2,5; 2,6[$ ، $\varphi'(x) < 0$
 فإن الدالة φ متناقصة لها ما على $]2,5; 2,6[$
 وبالتالي:

$$\varphi(x) \in]\varphi(2,6); \varphi(2,5)[\quad \text{سواء لزم} \quad x \in]2,5; 2,6[$$

أي أن:

$$f(x) \in]-2,8; -2[$$

3. ب. البيانات أن (f) يقطع حامل محور الفواصل على نقطة وحيدة
فأصلتها β حيث $3,5 < \beta < 3,6$

الدالة f معرفة ومستمرة على \mathbb{R} لأنها قابلة للاشتقاق
 على \mathbb{R} وبالخصوص على المجال $]3,5; 3,6[$

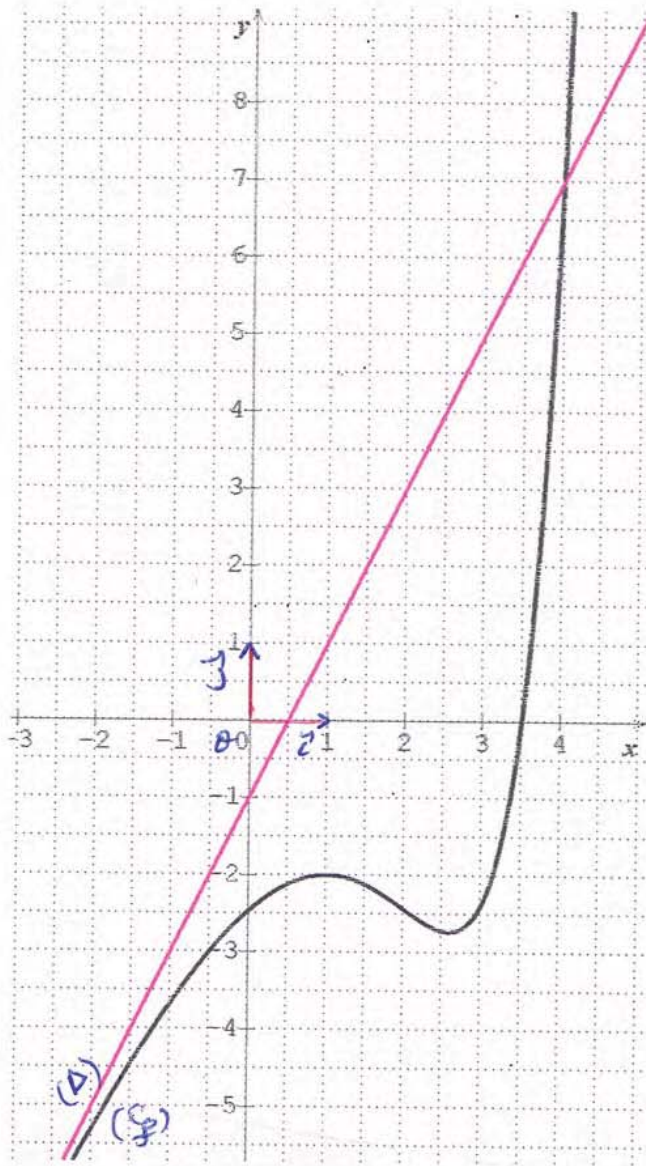
$$f(3,5) \times f(3,6) < 0$$

$$\text{لأن } f(3,5) \approx -0,09 \quad \text{و} \quad f(3,6) \approx 0,81$$

فإن حسب مبرهنة القيمة المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$
 تقبل على الأقل حلاً في المجال $]3,5; 3,6[$

ولمباراة الدالة f متزايدة لها ما على $]3,5; 3,6[$

فإن هذا الحل وحيد لزم له β
 وبالتالي (f) يقطع حامل محور الفواصل على نقطة وحيدة
 فأصلتها β حيث $3,5 < \beta < 3,6$.



المستقيم البياني (5) ومماس المستقيم (6)



حل التمرين الثالث:

(I) استخرج كيفية تمثيل (f) انطلاقًا من (C):

لدينا: من أجل $x \in]-1, +\infty[$: $k(x) = \ln(x+1) + 1$
 وبالخطي (f) هو صورة (C) بالاستحباب الذي شعاعه \vec{u}
 الذي مركبته $(-1, 1)$.

(II) المشتقات: (g) هو نظير (f) باليسوية (لا حامل محور الترتيب):

لدينا: إذا كان: $x \in]-1, +\infty[$ فإن: $-x \in]-\infty, 1[$

$$k(-x) = \ln(1-x) + 1$$

$$= g(x)$$

وبالخطي (g) و (f) متناظران باليسوية (لا حامل محور الترتيب).

(II) أ) حساب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - g(x))$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{x+1} - 1 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - x - 1}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - g(x)) = 0$$

و صند: لتفسير البيان للمتجدة المحصر عليهما:

المتحيتين (f) و (g) متساويان عند $-\infty$.
 (III) دراسة الوصفية اليسوية لكل من (f) و (g):

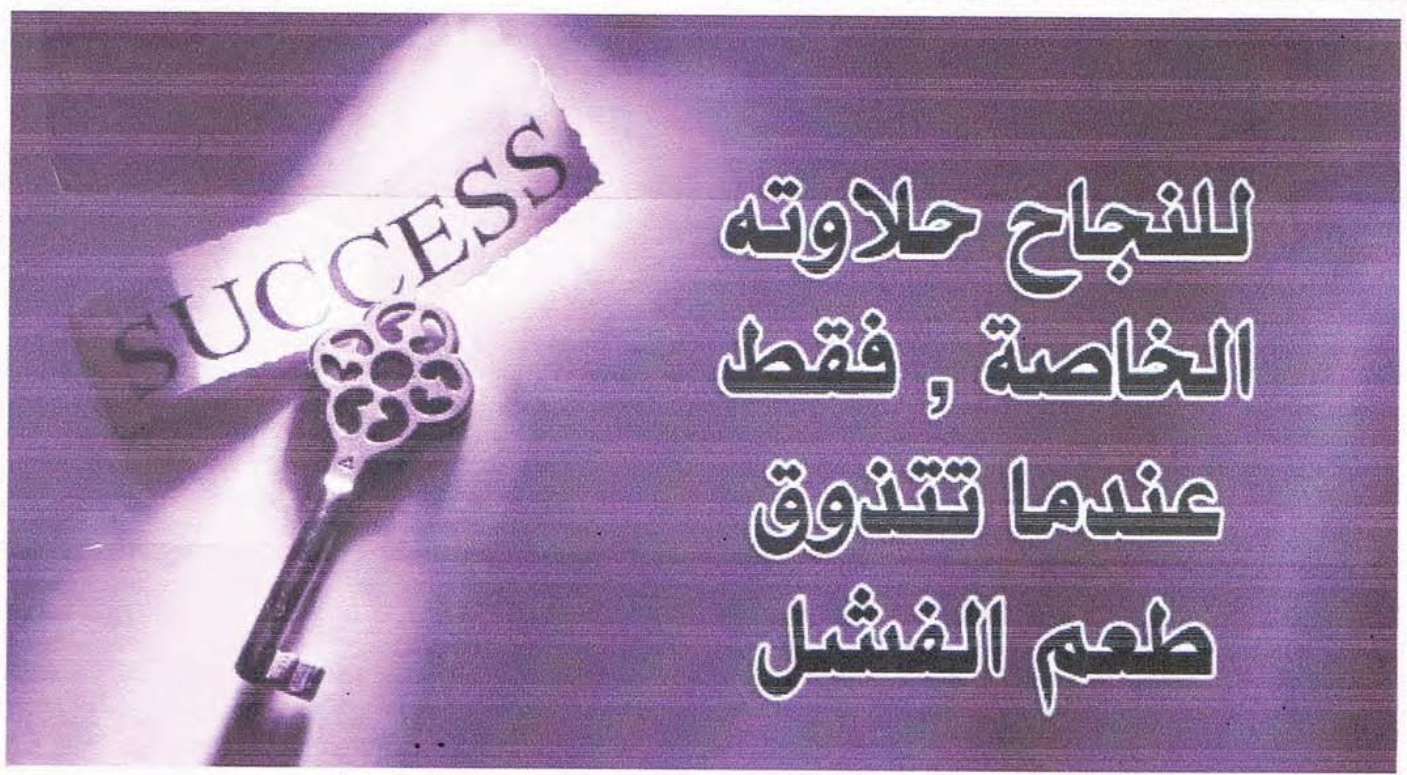
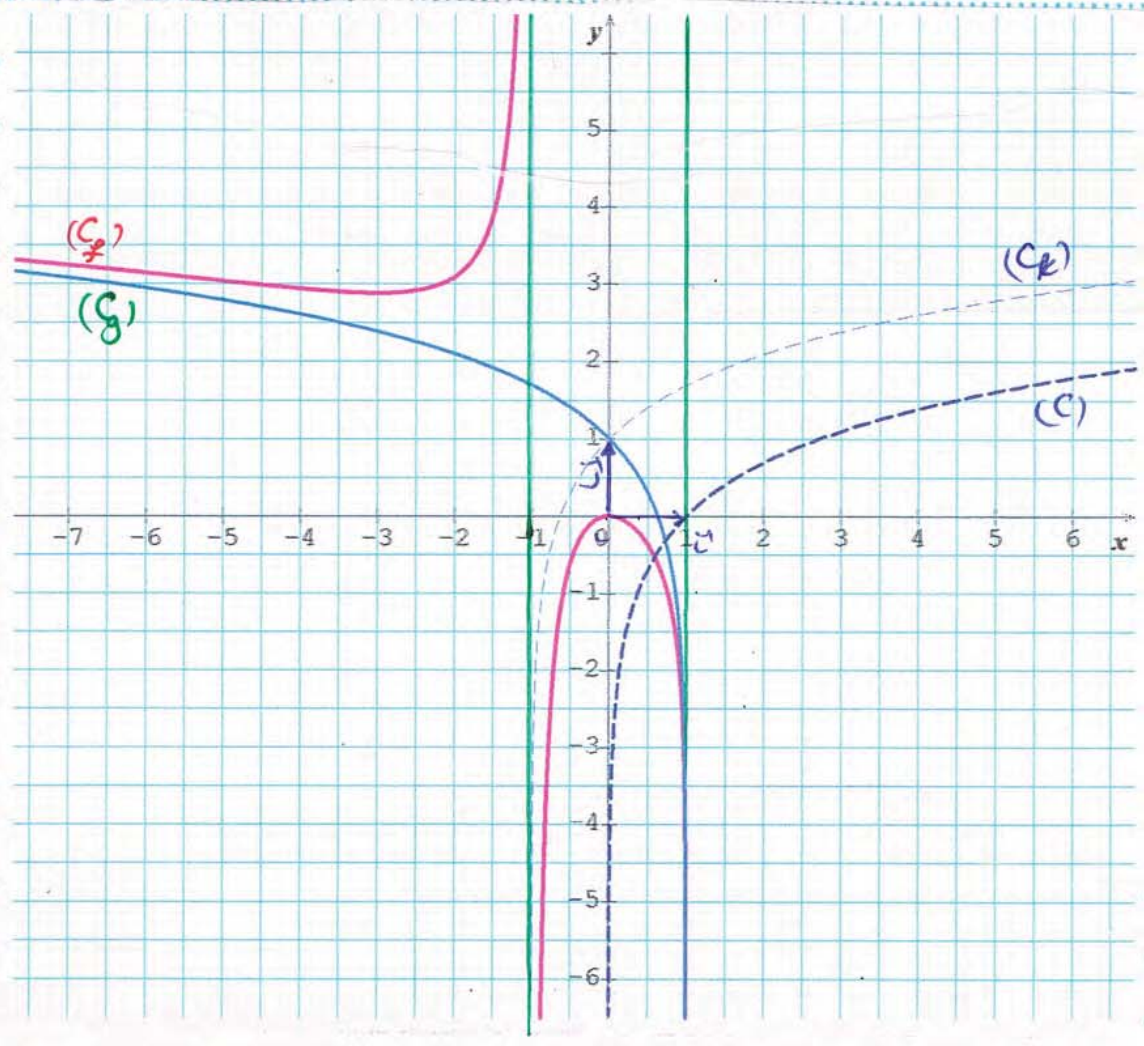
تدرس إشارة الفرق: $f(x) - g(x)$
 لدينا: من أجل $x \in]-1, +\infty[$: $x \in]-\infty, 1[$

$$f(x) - g(x) = \frac{-1}{x+1}$$

وبالخطي إشارة الفرق $f(x) - g(x)$ هي عكس إشارة " $x+1$ "
 على كل من المجالين $] -\infty, -1[$ و $] -1, 1[$.

x	$-\infty$	-1	1
$f(x) - g(x)$	+	-	
الوضع السيبي للصن	(f) أعلى من	(f) أسفل من	(g) (g)
(f) و (g)	(f)	(g)	(g)

إشارة " $x+1$ " على \mathbb{R}			
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	-	+	+



حساب نهايات الدالة h عند الاطراف المقترحة للحالات

مجموعة لتعريفها:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$

فإن حسب مبرهنة نهاية مركز دالتين

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$

فإن حسب مبرهنة نهاية مركز دالتين

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x} = -1$

وإذا كان: $x < -1$ فإن: $\frac{1}{x} > -1$

ولدينا: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = -\infty$

فإن حسب مبرهنة نهاية مركز دالتين:

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x} = -1$

وإذا كان: $x > -1$ فإن: $\frac{1}{x} < -1$

ولدينا: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -1} h(x) = +\infty$

فإن حسب مبرهنة نهاية مركز دالتين

$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = +\infty$

فإن حسب مبرهنة نهاية مركز دالتين

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} = 1$

وإذا كان: $x > 1$ فإن: $\frac{1}{x} < 1$

ولدينا: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = -\infty$

فإن حسب مبرهنة نهاية مركز دالتين

2. (2) التحقق أن: من أجل $x \in D$: $h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'(\frac{1}{x})$

أولاً: من أجل $x \in D$: $h(x) = f(\frac{1}{x})$

وعند: من أجل $x \in D$

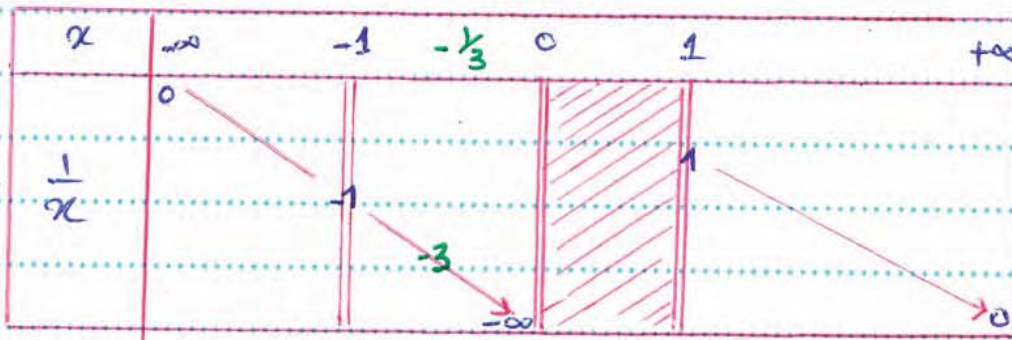
$$h'(x) = (\frac{1}{x})' f'(\frac{1}{x})$$

وبالتالي: من أجل $x \in D$: $h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'(\frac{1}{x})$

3. (أ) تحديد إشارة $f'(\frac{1}{x})$ على D :

x	$-\infty$	-3	-1	0	1
$f'(x)$		-	+	+	-

أولاً:



وأيضاً:

جدول تغيرات

القيمة $\frac{1}{x} \rightarrow x$

على D :

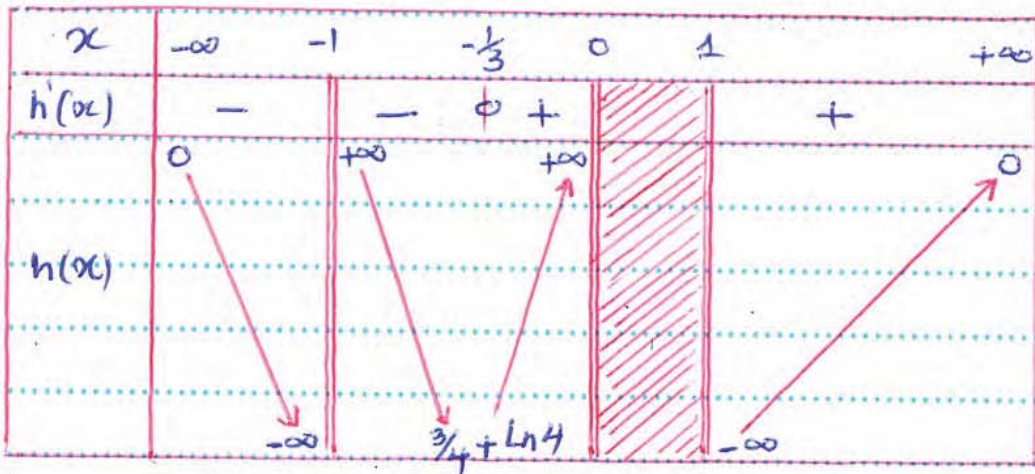
x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{3}$	0	1	$+\infty$
$f'(\frac{1}{x})$	+	+	-		-	

وعند:

3. (ب) استنتاج جدول تغيرات البرالة h :

هنا: من أجل $x \in D$: $h'(x) = -\frac{1}{x^2} f'(\frac{1}{x})$

وبالتالي إشارة $h'(x)$ هي عكس إشارة $f'(\frac{1}{x})$ على D



اللهم وفقنا لما تحب وترضاه.