الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مدرية التربية لولاية تيبازة
ثانوية تركية محمود بوا سماعيل

المستوى والشعبة : 3ع ت + 3تقني رياضي

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات 29نوفمبر2021

التمرين الأول : (12 نقطة)

I. الجزء الأول : المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

الدالة العددية g معرفة على المجال $\left[-2;+2\right]$ كما يلي :

$$g\left(x\right)=\left(a-2x\right)e^{x}+b$$

حيث aو b أعداد حقيقية

أ- أحسب $g'\left(x\right)$ بدلالة a و b .

ب- عين العددان الحقيقيان a و b بحل جملة معادلتين التالية :

$$\begin{cases} g'(0)=1\cdots\cdots\cdots(1) \\ g'\left(x\right)-g\left(x\right)=-2e^{x}-2\cdots\cdots\cdots(2) \end{cases}$$

II. الجزء الثاني: نضع $a=3$ و $b=2$

ولتكن g دالة عددية معرفة على المجال $\left[-2;+2\right]$ كما يلي :

$$g\left(x\right)=\left(3-2x\right)e^{x}+2$$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة العددية g على المجال $\left[-2;+2\right]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أنّ المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,68<\alpha<1,69$.

ثم حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g\left(x\right)$.

III. الجزء الثالث : الدالة العددية f معرفة على $\left[-2;+2\right]$ بـــ:

$$f\left(x\right)=1+\frac{4x-2}{e^{x}+1}$$

ليكن $\left(C_f\right)$ تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق .

1- أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\left[-2;+2\right]$ يكون :

$$f'\left(x\right)=\frac{2g\left(x\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}} .$$

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

2- بين أنّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل عند النقطة $A\left(x_0;1\right)$ مماس $\left(T\right)$ يطلب إيجاد x_0 وكتابة معادلة المماس $\left(T\right)$.

3- بين أن : $f\left(\alpha\right)=4\alpha-5$ ثم عين حصرا لـــ : $f\left(\alpha\right)$

أستاذ: بنور محفوظ

4- عين دون حساب: $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ اعط تفسير للنتيجة ؟ أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

IV. نعتبر الدالة العددية k معرفة على $[-2;+2]$ بـــ : $k(x)=\frac{-4xe^x-2e^x}{e^x+1}$

1- بين أنه من أجل كل x من $[-2;+2]$ فإن : $k(x)=f(-x)-1$.

2- اشرح كيف يمكن رسم (C_k) انطلاقا من (C_f) . ثم شكل جدول تغيرات الدالة k على المجال $[-2;+2]$.

__التمرين الثاني__: (08 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;+2\}$ بـــ : $f(x)=\frac{|x+1|-1}{x^2-4}$

وليكن (C_f) تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق .

1- أ- تحقق أن عبارة الدالة f في المجال $]-\infty;-2[\cup]-2;-1]$ دون رمز القيمة المطلقة

هي : $f(x)=-\frac{1}{x-2}$ ؟

ب- استنتج عبارة الدالة f في المجال $[-1;2[\cup]2;+\infty[$ دون رمز القيمة المطلقة ؟

2- احسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\xrightarrow{<}2}f(x)$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}2}f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا ؟

3- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

4- استنتج دون حساب $\lim_{x\xrightarrow{<}-1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}-1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$

ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة هندسيا ؟

5- أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $|x+1|-1=0$ ،فسر النتيجة بيانيا .

ب- أنشئ (C_f) .

__انتهى الموضوع__

التصحيح النموذجي 3ثانوي علمي +تقني رياضي

التمرين الأول : الدالة g معرفة على المجال $[-2;2]$ بـ :

$$g\left(x\right)=\left(a-2x\right)e^{x}+b$$

I. أ- حساب $g'\left(x\right)$:

ب- لدينا $g'\left(x\right)=\left(a-2-2x\right)e^{x}$

$$\begin{cases} g'\left(x\right)=1 \\ g'\left(x\right)-g\left(x\right)=-2e^{x}-2 \end{cases}$$

بالتعويض نجد

$$\begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}.$$

II. من أجل $a=3$ و $b=2$ فإن :

$$g\left(x\right)=\left(3-2x\right)e^{x}+2$$

1-دراسة اتجاه تغير على المجال $[-2;2]$:

$g'\left(x\right)=\left(1-2x\right)e^{x}$ ومنه $1-2x=0$

تكافئ $x=\frac{1}{2}$ و $e^{x}>0$.

بمأن $g'\left(x\right)>0$ على المجال $\left[-2;\frac{1}{2}\right]$ فإن الدلة g متزايدة تماما على المجال $\left[-2;\frac{1}{2}\right]$.

بمأن $g'\left(x\right)<0$ على المجال $\left[\frac{1}{2};2\right]$ فإن الدلة g متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

جدول التغيرات

x	-2		$\frac{1}{2}$		2
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$g(-2)$	$\nearrow$	$g(\frac{1}{2})$	$\searrow$	$g(-2)$

2-تبين أن المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α

حسب مبرهنة القيم المتوسطة : الدالة g مستمرة

و متناقصة على المجال $\left[\frac{1}{2};+2\right]$ و $g\left(1,68\right)\times g\left(1,69\right)<0$ اذن المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in\left]1,68;1,69\right[$.

تحديد إشارة $g\left(x\right)$ اعتمادا على جدول تغيرات :

x	-2	a	$+2$
$g(x)$	$+$	0	$+$

III. 1- أ- حساب

$$f\left(x\right)=1+\frac{4x-2}{e^{x}+1}$$

$$f'\left(x\right)=\frac{4\left(e^{x}+1\right)-e^{x}\left(4x-2\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{2g\left(x\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$$

ب- اتجاه تغير الدلة f على المجال $[-2;+2]$

x	-2	a	$+2$
$g(x)$	$+$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$

إشارة $f'\left(x\right)$:

اتجاه تغير

بمأن $f'(x)>0$ على المجال $[-2;\alpha]$

فإن الدلة f متزايدة تماما على المجال $[-2;\alpha]$.

بمأن $f'(x)<0$ على المجال $[\alpha;2]$

فإن الدلة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;2]$.

جدول تغيرات

x	-2		a		$+2$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-2)$	$\nearrow$	$f(a)$	$\searrow$	$f(2)$

2- تبين أنّ المنحنى (C_f) يقبل عند النقطة $A(x_0;1)$ مماس (T). معناه

أي $f(x_0)=1$

$$f(x_0)=1+\frac{4x-2}{e^x+1}=1$$

$$x=\frac{1}{2}\cdots A\left(\frac{1}{2};1\right)$$

معادلة المماس (T) هي من الشكل

$$y=f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)$$

ومنه $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{\sqrt{e}+1};f\left(\frac{1}{2}\right)=1$

$$y=\frac{4}{\sqrt{e}+1}x+\frac{-1+\sqrt{e}}{\sqrt{e}+1}\cdots(T)$$

3- اثبات أن :

$f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصرا لـــــ $f(\alpha)$:

$$\left.\begin{array}{l} g(\alpha)=0 \\ f(\alpha)=1+\dfrac{4\alpha-2}{e^\alpha+1} \end{array}\right\}$$

حصر $f(\alpha)$:

$$1,68<\alpha<1,69$$

$$1,7<f(\alpha)<1,76$$

4- تعبن $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=0$

التفسير : (C_f) يقبل مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة α معادلته $y=f(\alpha)$.

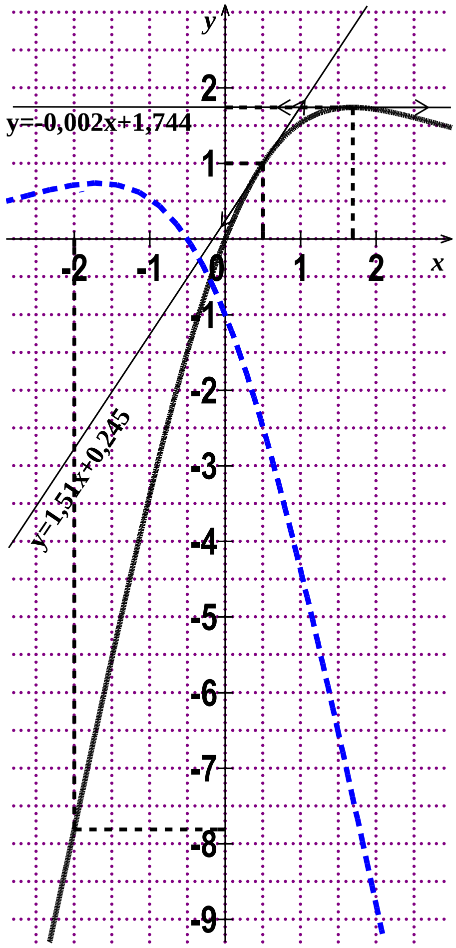
IV. 1- $k(x)=\frac{-4xe^x-2e^x}{e^x+1}$

حساب $f(-x)-1=\frac{-4x-2}{e^{-x}+1}=k(x)$

2- انشاء المنحنى (C_f) و (T)

يمكن انشاء (C_f) برسم نظير (C_k) بالنسبة لمحور الترتيب ثم ننشئ $(C_{f(-x)})$ بانسحاب لـــــ (C_k) شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$.

x	-2		$-a$		$+2$
$-f'(-x)$		$+$	0	$-$	
$k(x)$	$f(2)-1$	$\nearrow$	$f(a)-1$	$\searrow$	$f(-2)-1$



التمرين الثاني :

$$f(x)=\frac{|x+1|-1}{x^2-4}\cdots\cdots D_f=\mathbb{R}-\{-2;2\}$$

1- أ- تحقق أن (كتابة $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$f(x)=\frac{-(x+1)-1}{(x-2)(x+2)}=\frac{-1}{x-2}$$

$$D_{f_1}=]-\infty;-2[\cup]-2;-1]$$

ب- $$f(x)=\frac{x+1-1}{x^2-4}=\frac{x}{x^2-4}$$

$$D_{f_2}=[-1;2[\cup]2;+\infty[$$

ت-