ثانوية : بوعزيز ربيعة (الياسمين)	الفرض الثلاثي الثاني رقم 1 في الرياضيات	القسم : 2 رياضي
السنة الدراسية : 2026/2025		المدة : 1 ساعة

التمرين الأول : (05 نقط)

ABC مثلث متساوي الساقين حيث $AB=AC=5cm$ و $BC=6cm$ و $[AH]$ الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

G نقطة من المستوي المعرفة ب : $2\overrightarrow{AG}+2\overrightarrow{CG}+\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.

1) أرسم الشكل المناسب ، بين أن G هي مرجح الجملة $\{(A;2),(B;1),(C;1)\}$ ، ثم استنتج أن G منتصف القطعة $[AH]$.

2) أ) بين أنه من اجل كل نقطة M من المستوي أن ، $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{HA}$.

ب) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق أن : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

بين ان $M\in(E)$ يكافئ أن $MG=2$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (E) و أنشئها في الشكل السابق .

3) G_k مرجح الجملة $\{(A;2026),(B;-2025k),(C;-2025k)\}$. k عدد حقيقي يختلف عن $\frac{1013}{2025}$

أ) بين أن : $\overrightarrow{AG_k}=\frac{2025k}{2025k-1013}\overrightarrow{AH}$.

ب) عين قيم k حتى يكون الرباعي ABG_kC معين.

التمرين الثاني : (05 نقط)

f الدالة العددية المعرفة على $R-\{0\}$ ب : $f(x)=\frac{x^3-5x^2+4}{x^2}$.

(C) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{I},\vec{J})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(x)=x+a+\frac{b}{x^2}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

3) بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (D) يطلب تعيين معادلتهما.

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$.

ب) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;0[$ و $]2;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0;2[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

5) أرسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C)

6) حل بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي غير معدوم m عدد حلول المعادلة : $m.f(x)-1=0$

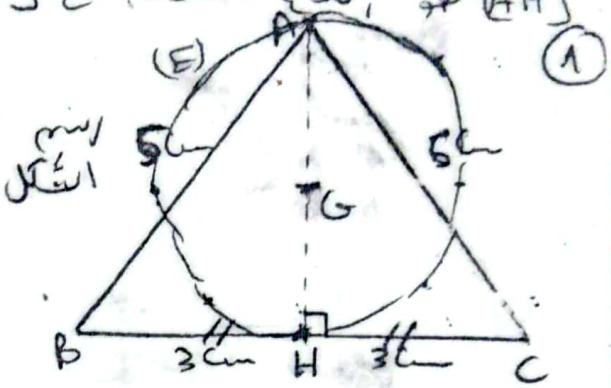
انتهى بالتوفيق

ency-education.net/exams

التمرين (الدورة العادية)

$AB = AC = 5\,cm$ $\quad BC = 6\,cm$

$[BC]$ و $[AH]$ ارتفاعا المثلث



(1)

(0,5) $2\vec{AG} + 2\vec{CG} + \vec{BC} = \vec{0}$

$-2\vec{GA} - 2\vec{GC} + \vec{BG} + \vec{GC} = \vec{0}$

(0,5) $(-2\vec{GA} - \vec{GC} - \vec{GB} = \vec{0}) \times -1$

$2\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

و منه

$G = \{(A,2),(B,1),(C,1)\}$

لدينا H منتصف $[BC]$ أي أن

(0,5) $H = \{(B;1),(C;1)\}$

و بالتالي حسب خاصية التجميعية أن

$G = \{(A,2),(H,2)\}$

أي أن G منتصف القطعة $[AH]$

(0,5) $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} \overset{??}{=} 2\vec{HA}$ (ب (2

(0,5) $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{MH} + 2\vec{HA} - \vec{MH} - \vec{HB} - \vec{MH} - \vec{HC}$

$= 2\vec{HA} - (\vec{HB} + \vec{HC})$

$\vec{0}$

$2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{HA}$.

(ب)

$(E) = \{M / \|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}\|\}$

$\|4\vec{MG}\| = \|2\vec{HA}\|$ أي $M \in (E)$

(0,5) $MG = \frac{1}{2}AH$

(0,5) إيجاد طول AH

H و A تنتميان إلى $[BC]$ و AHB قائم في

$AH^2 = AB^2 - BH^2$

(0,5) $AH^2 = 25 - 9 = 16$

$AH = 4$ ومنه $\frac{1}{2}AH = 2$

و بالتالي $MG = 2$

و منه (E) هي صورة (C) بالتحاكي

(0,5) مركزها G و نسبتها حاصل قسمة $r = 2$

(0,5) باستثناء (E) أنظر الرسم

(0,5) $G_k = \{(A,2026),(B,-2024),(C,-2024)\}$ (3)

$k \neq \frac{1013}{2024}$

(0,5) $\vec{AG_k} = \frac{2024k}{2024k - 1013}\vec{AH}$ (ج (1

(0,5) (ب (2

$G_k = \{(A,2026),(H,-1013k)\}$

(0,5) $\vec{AG_k} = \frac{-1013k}{-1013k + 2026}\vec{AH}$ و بالتالي

(0,5) $\vec{AG_k} = \frac{2024k}{2024k - 1013}\vec{AH}$

(0,5) ABG_kC متوازي أضلاع (ج (3

(0,5) $\vec{AG_k} = 2\vec{AH}$ أي أن

(0,5) (لأن $\vec{AG_k}$ و $\vec{AH}$ مستقيميان و متعاكسان)

(0,5) $\frac{2024k}{2024k - 1013} = 2$ أي أن

(0,5) $1013k - 2026 = 2024k$

$k = \frac{2026}{2024}$

www.ency-education.net

التمرين الثاني (6 نقاط)

$f(x) = \dfrac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$ ، $D_f = \mathbb{R}^*$

1) حساب نهايات f عند أطراف D_f

0,25 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$

0,25 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$

0,5 $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ لأن $\begin{cases} u \to 4 \\ v \to 0^+ \end{cases}$

2) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2} - \dfrac{5x^2}{x^2} + \dfrac{4}{x^2}$

0,25 $f(x) = x - 5 + \dfrac{4}{x^2}$

0,25 $a = -5$ و $b = 4$

3) لدينا

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$

0,25 إذن المستقيم الذي معادلته $x = 0$ (محور التراتيب) مقارب لـ (C_f) بجوار 0^+

0,25 $(D) : y = x - 5$ لدينا

0,25 $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - y] = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4}{x^2} = 0^+$ لأن

0,25 $f(x) - y > 0$ ، $\forall x \in]0, +\infty[$

0,25 (C_f) يقع فوق (D) على $]0, +\infty[$

4) $f'(x) = 1 - \dfrac{3x}{x^4}$

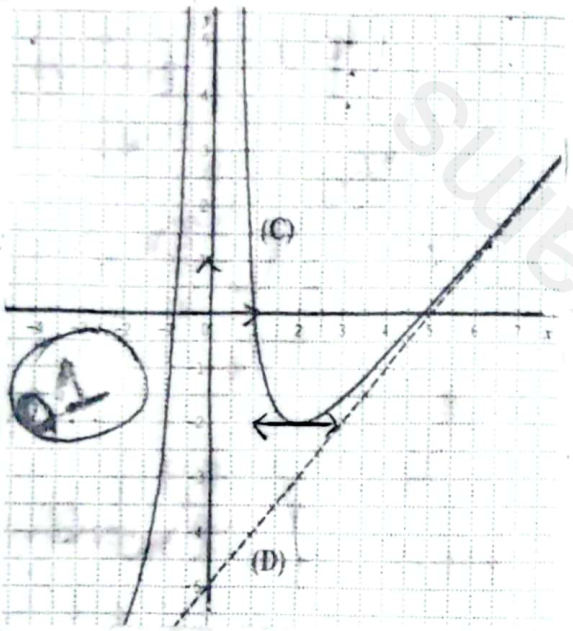
0,25 $f'(x) = 1 - \dfrac{3}{x^3} = \dfrac{x^3 - 3}{x^3}$

0,25 $(x-2)(x^2+2x+4) = x^3 + 2x^2 + 4x - 2x^2 - 4x - 8$

$= x^3 - 8$

0,25 $f'(x) = \dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ لأن

5) رسم المستقيمات المقاربة و (C_f)



6) $mf(x) - 1 = 0$

0,25 $f(x) = \dfrac{1}{m}$

0,25 حلول هذه المعادلة يمثل فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \dfrac{1}{m}$

0,25 (*) إذا كان $\dfrac{1}{m} < -2$ أي $\dfrac{2m+1}{m} < 0$

0,25 $m \in]-\frac{1}{2}; 0[$ أي

يوجد حلّ وحيد

0,25 (*) إذا كان $\dfrac{1}{m} = -2$ أي $m = -\frac{1}{2}$

يوجد حلّين مختلفين

0,25 (*) إذا كان $\dfrac{1}{m} > -2$ أي $\dfrac{2m+1}{m} > 0$

أي $m \in]-\infty, -\frac{1}{2}[\cup]0, +\infty[$

يوجد ثلاث حلول مختلفة

7) $x^2 + 2x + 4 = 0$ لدينا $\Delta = -12 < 0$

0,25 $x^2 + 2x + 4 > 0$ ، $\forall x \in \mathbb{R}^*$ لدينا

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
x^3		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

0,25 جدول إشارة f'

0,25 f متناقصة تماما على $]-\infty, 0[$ و $]0, 2]$ ومتزايدة تماما على $[2, +\infty[$

0,25 جدول التغيرات

x	$-\infty$		$-a$		0		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-a)$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$+\infty$

0,25 $f(-2) = -9$

0,25 $f(-a) = -5$

0,25 $f(x) = 0$ يقبل حلّا وحيدا α في $]-a, -2[$

0,25 $f(x) > 0$ على $]\alpha, 0[\cup]2, +\infty[$

0,25 $f(x) < 0$ على $]-\infty, \alpha[$

www.ency-education.net