

التمرين الأول: (8.5 نقاط)

f الدالة المعرفة على R ب: $f(x) = x^2 - 2x - 3$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعظم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) احسب $f(-2)$ ، $f(1)$

ب) عين السوابق الممكنة للعدد -3 بالدالة f

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-1)^2 - 4$

3- أ) بين أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

4- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) + 4 \geq 0$. ماذا تستنتج؟

5- قارن دون حساب بين العددين $f(\frac{-1}{2023})$ و $f(\frac{-1}{2024})$ مع التعليل

6- أ) اشرح كيف يمكن استنتاج (C_f) انطلاقا من التمثيل البياني لدالة مرجعية بإسحاب يطلب تعيين شعاعه

ب) ارسم (C_f)

ج) حل بيانيا المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

7- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[-3; 3]$ بحيث من أجل كل $x \in [0; 3]$: $f(x) = g(x)$

إذا علمت أن الدالة g زوجية اشرح كيفية انشاء (C_g) المنحنى الممثل للدالة g ، ثم اتشبه في نفس مع المعظم السابق

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

1- في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط C, B, A حيث :

$$C(-2; 5), \overrightarrow{AB} = -4\vec{i} - 2\vec{j}, \overrightarrow{OA} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1- بين أن $B(-2; -1)$:

2- برهن أن النقط B, A, O في استقامة

3- عين احداثي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

4- اكتب معادلة المستقيم (AC)

5- جد معادلة المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C ويوازي المستقيم (AB)

II - (S) جملة المعادلتين الخطيتين حيث : $\begin{cases} x + y = 3 \\ kx - 2y = -12 \end{cases}$ (S) : و k عدد حقيقي

1- عين قيم k حتى يكون للجملة (S) حل وحيد

2- بأخذ $k=1$ ، حل في R^2 الجملة (S) ثم فسر النتيجة بيانيا

التمرين الثالث: (5 نقاط)

1- اكمل مايلي: $\frac{\pi}{5} rad = \dots^\circ$ $120^\circ = \dots rad$

2- ضع على الدائرة المثلثية النقط C, B, A صور الأعداد $\frac{96\pi}{4}, \frac{2018\pi}{3}, \frac{-73\pi}{6}$ على الترتيب

3- عين القيمة المضبوطة ل: $\sin\left(\frac{-73\pi}{6}\right), \cos\left(\frac{2018\pi}{3}\right)$

4- علما أن $\cos x = \frac{4}{5}$ و $x \in [0; \pi]$ احسب $\sin x$

5- لتكن العبارة $A(x)$ ذات المتغير الحقيقي x حيث: $A(x) = \cos\left(\frac{7\pi}{2}\right) - \sin(x + \pi) + \cos(2013\pi + x)$

اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $A(x) = \sin(x) - \cos(x)$

انتهى

$$f(x) + 4 \geq 0$$

$$f(x) \geq -4$$

$$f\left(\frac{1}{2024}\right) \geq f\left(\frac{-1}{2023}\right)$$

$$2023 < 2024$$

$$\frac{1}{2023} > \frac{1}{2024}$$

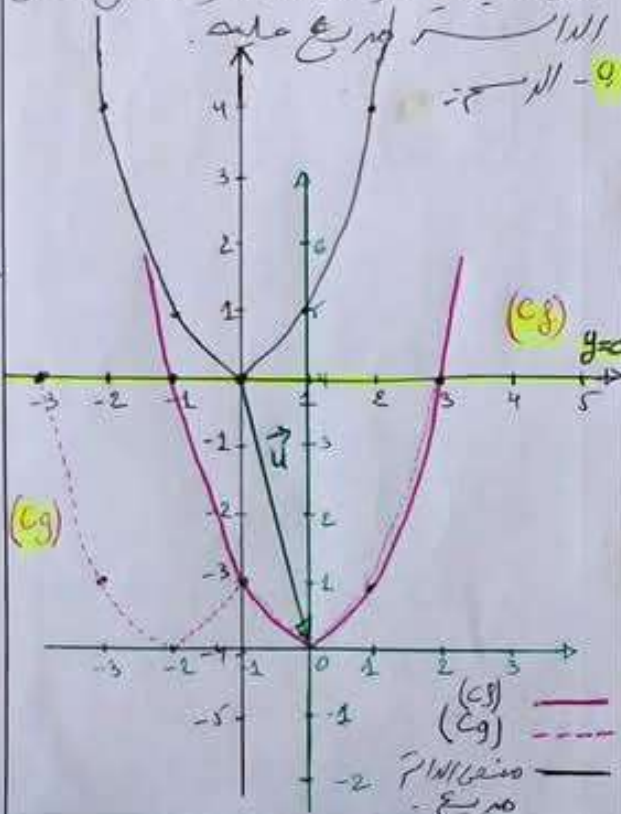
$$\frac{-1}{2023} < \frac{-1}{2024}$$

$$f\left(\frac{-1}{2023}\right) > f\left(\frac{-1}{2024}\right)$$

لأن f متناقص على $]-\infty, 1]$
(تغير الاتجاه المتراجعة)

6- لعلنا نستخرج معنى الدالة f
بالإشارة من معنى الدالة مربع ودالة
بالإشارة من دالة $f(x) = \frac{1}{4}(-4)$

طرحنا استعمل طريقة التفاضل
الذي هو $f'(x) = \frac{1}{4}(-4)$ وتوصل معنى
الدالة مربع عليه



التمرين 1:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$f(1) = -4 \text{ و } f(-2) = -3$$

$$f(x) = -3$$

$$x^2 - 2x - 3 = -3$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x = 2 \text{ أو } x = 0$$

$$f(x) = (x-1)^2 - 4$$

$$(x-1)^2 - 4 = x^2 + 1 - 2x - 4$$

$$= x^2 - 2x - 3 = f(x)$$

3- دالة التغير

$$[1, +\infty[\text{ على }]-\infty, 1]$$

$$1 < x_1 < x_2$$

$$x_1 < x_2 < 1$$

$$0 < x_1 - 1 < x_2 - 1$$

$$x_1 - 1 < x_2 - 1 < 0$$

(العدادان موجبان)

(العدادان سالبيان)

$$(x_1 - 1)^2 < (x_2 - 1)^2$$

$$(x_1 - 1)^2 > (x_2 - 1)^2$$

$$(x_1 - 1)^2 - 4 < (x_2 - 1)^2 - 4$$

$$(x_1 - 1)^2 - 4 > (x_2 - 1)^2 - 4$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

لأن f متناقص على $]-\infty, 1]$ و f متزايد على $[1, +\infty[$

$$[1, +\infty[\text{ على }]-\infty, 1]$$

جاء التكرار

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$		-4	

$$f(x) + 4 = (x-1)^2 - 4 + 4$$

$$= (x-1)^2 \geq 0$$

لأن "4" قيمة صغرى لـ f عند $x=1$

3- طر المسألة $f(x) = 0$ (بياناً)

هنا نواصل نقطة تقاطع (C) مع

المستقيم $y = 0$ (محور التوازي)

نجد $x = -1$; $x = 3$

- إشارة $f(x)$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	+	○	-	○	+
	فوق م. التوازي	ف. م. ف.	ف. م. ف.	ف. م. ف.	ف. م. ف.

ما فوق محور التوازي موجب

ما تحت محور التوازي سالب

7- ودائم زمنية معناه تمثيلها

البياني في المجال $[0, 3]$ منطبق

على (C) والفترة الثانية في المجال $[0, 3]$

هنا نكمل مع الفترة الأولى بالنسبة لمحور

المراسي (الفترة المتقاطعة

في الشكل السابق)

النقطة (5, 6)

1- $A(2, 1)$ معناه $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

أي $\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_B - 2 \\ y_B - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

وإذاً $\begin{cases} x_B = -2 \\ y_B = -1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_B - 2 = -4 \\ y_B - 1 = -2 \end{cases}$

وإذاً $B(-2, -1)$

2- إشارات وإسقاطات B, A, O

لدينا $\vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$

حسب علامة (إشارة) الخط

وإذاً $\vec{OA} \cdot \vec{AB} = (2)(-2) - (1)(-4) = -4 + 4 = 0$

وإذاً $\vec{OA}$ و $\vec{AB}$ متعامدان

ومثل O, A, B في إسقاط

3- تعيين إحداثيات النقطة D

حتى يكون ABCD متوازي

أضلاع : معناه $\vec{AB} = \vec{DC}$

$\vec{DC} = \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - x \\ 5 - y \end{pmatrix}$ و $D(x, y)$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ ولدينا :

إذاً $\begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} -2 - x = -4 \\ 5 - y = -2 \end{cases}$

وإذاً $D(2, 7)$

4- كتابة معادلة المستقيم (AC)

- شعاع توصيل $\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$

لدينا $(AC) : ax + by + c = 0$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

أي $a = 4$ و $b = 4$

(AC) : $4x + 4y + c = 0$

وإذاً $A(2, 1) \in (AC)$ معناه

$4(2) + 4(1) + c = 0$

$8 + 4 + c = 0$

$c = -12$

(AC) : $4x + 4y - 12 = 0$

أي $(AC) : x + y - 3 = 0$

5- كتابة معادلة (D) التي تشمل C

وإذاً $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ شعاع توصيل

(D) : $ax + by + c = 0$ و $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

(D) : $-2x + 4y + c = 0$

وإذاً $C(5, 2) \in (D)$

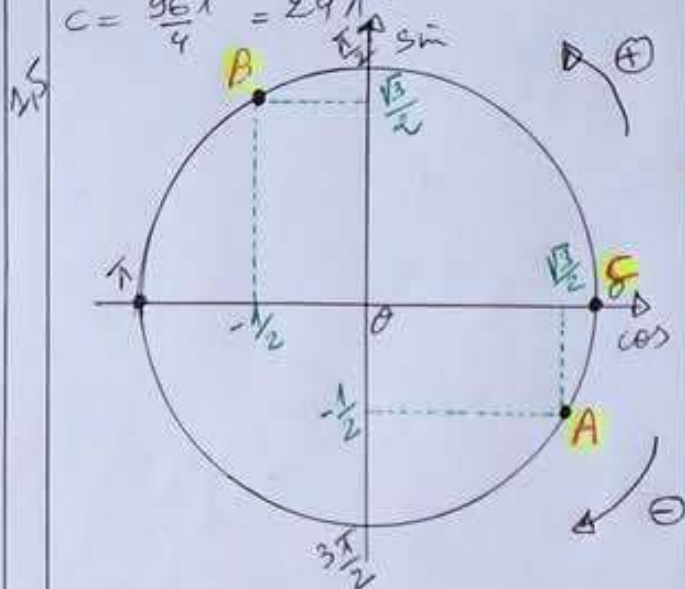
(D) : $-2x + 4y - 24 = 0$ أي $c = -24$

2- التكليم على الدائرة :

$$A = -\frac{73\pi}{6} = -\frac{72\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = -12\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$B = \frac{2018\pi}{3} = \frac{2019\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = 673\pi - \frac{\pi}{3}$$

$$C = \frac{96\pi}{4} = 24\pi$$



3- القيم الممنوعة :

$$\sin\left(-\frac{73\pi}{6}\right) \times \cos\left(\frac{2018\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \times -\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$x \in [0, \pi] \rightarrow \cos(x) = \frac{4}{5}$$

$$\text{أو } \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

$$\sin^2 x = \frac{9}{25} \quad \text{أو } \frac{16}{25} + \sin^2 x = 1$$

$$\sin(x) = -\frac{3}{5} \quad \text{أو } \sin(x) = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} A(x) &= \cos\left(\frac{7\pi}{2}\right) - \sin(x + \pi) + \cos(2013\pi + x) \\ &= 0 - (-\sin(x)) - \cos(x) \\ &= \sin(x) - \cos(x) \end{aligned}$$

أعداد الأعداد

بور يمان عبد النور

$$(D) : -2x + 4y + 24 = 0$$

$$(A) : x - 2y + 12 = 0 \quad \text{معنا } 0$$

$$(S) : \begin{cases} x + y = 3 \\ Kx - 2y = -12 \end{cases}$$

1- (S) قابل حل ومعنا 0

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ K & -2 \end{vmatrix} \neq 0 \quad (0 \neq \text{المحدد})$$

$$(1)(-2) - (K)(1) \neq 0 \quad \text{أي}$$

$$-2 - K \neq 0$$

$$K \neq -2$$

لوضع $K=1$ = صحيح

$$(S) \begin{cases} x + y = 3 & (1) \dots (A) \\ x - 2y = -12 & (2) \dots (A) \end{cases}$$

طرح (1) من (2) في

$$x - x + y + 2y = 3 + 12$$

$$3y = 15$$

$$y = 5$$

قيمة y في (1) نجد

$$x + 5 = 3$$

$$x = -2$$

التفسير : (A) و (D) يتقاطعا

في نقطتين وحيدة هبت : $w(-2; 5)$

التمرين 3 (5)

1- التحويل : $\pi \text{ rad} \rightarrow 180^\circ$

$$\frac{\pi}{5} \text{ rad} \rightarrow x$$

$$x = \frac{180}{5} = 36^\circ$$

$$\pi \text{ rad} \rightarrow 180^\circ$$

$$y \rightarrow 120^\circ$$

$$y = \frac{120\pi}{180} = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$