

التمرين الأول:

صندوق به 9 كرات لا نفرق بينها عند اللمس، منها أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 1، 2 . وثلاث كرات بيضاء تحمل الأرقام 2، 2، 3 وكرتان خضراوان تحملان الرقمين 1، 3 . نسحب عشوائيا ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع. نسمي الحائثتين: A: الكرة الأولى تحمل الرقم 1 B: الكرات الثلاث من نفس اللون.

$$1. \text{ بين أن } P(A) = \frac{4}{9} \text{ وأن } P(B) = \frac{5}{84}$$

$$2. \text{ احسب } P(A \cap B) \text{ ثم استنتج } P(A \cup B)$$

لاعب يدفع 5 دينار ثم يسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق السابق دفعة واحدة، إذا كانت الكرات تحمل نفس لرقم يحصل على 10 دينار . وإذا كانت كرتان فقط تحملان نفس الرقم يحصل على 5 دينار وإذا كانت الكرات تحمل أرقاما مختلفة مثلي مثلي لا يحصل على شيء (يخسر ماتفعه). نسمي X: المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب قيمة الربح الصافي

$$3. \text{ بين أن } P(X=0) = \frac{55}{84}$$

$$4. \text{ عين قيم المتغير العشوائي } X$$

$$5. \text{ اكتب قانون احتمالات المتغير العشوائي } X$$

$$6. \text{ احسب } E(X)$$

7. يعيد شخص هذه اللعبة 2000 مرة بصفة مستقلة. ما هو مجموع الربح المتوقع؟

التمرين الثاني:

(D_1) و (D_2) مستقيمان معرفان بمعادلتيهما $\left(\frac{2}{e}\right) y = \ln(2)x + \ln\left(\frac{2}{e}\right)$ و $(D_1): y = x$ و $(D_2): y = x$ في المستوى المنسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب فاصلة نقطة تقاطع (D_1) و (D_2) ثم مثل (D_1) و (D_2) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

المتتالية (u_n) معرفة بعدها الأول u_0 حيث $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \ln(2)u_n + \ln\left(\frac{2}{e}\right)$

2. مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1} < u_n - 1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 3u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

4. عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية .

نضع $\alpha = 3$

6. أكتب v_n بدلالة n ثم عبر عن u_n بدلالة n .

7. احسب نهاية المتتالية (v_n) ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

$$w_n = u_0 + \frac{u_1}{\ln 2} + \frac{u_2}{(\ln 2)^2} + \dots + \frac{u_n}{(\ln 2)^n}, \quad n, \text{ عدد طبيعي}$$

8. هل المتتالية (w_n) متقاربة؟

التبرين الثالث:

f الدالة المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = e^{2x} - e^x - x$ ، (C_f) منحنيها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ والمتجانس

- (1) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.
- (2) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$
- (3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (D).
- (4) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (5) حدد إشارة الدالة f على \mathbb{R} .
- (6) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) يطلب كتابة معادلة له
- (7) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب حساب إحداثياتها.
- (8) ارسم (C_f) والمماس (T) والمستقيم (D)
- (9) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x: e^x = 1 + me^{-x}$
- (10) g الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* بما يلي: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

اعتمادا على دراستك لاتجاه تغير الدالة f

(أ) استنتج -دون حساب- نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة g

$$(11) F \text{ الدالة المعرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي: } F(x) = e^x \left(\frac{1}{2} e^x - 1 \right) - \frac{1}{2} (x^2 - 1)$$

(أ) بين أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R}

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة F على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيراتها.

التبرين الرابع:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد لمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. النقط A, B, C لواحقتها على الترتيب: z_3, z_4, z_2

$$z_2 = 3 + 2i\sqrt{3}, \quad z_3 = -i\sqrt{3}, \quad z_4 = -3 + 2i\sqrt{3}$$

$$1. \text{ بين أن } \frac{z_4 - z_3}{z_2 - z_3} = e^{i\frac{\pi}{3}} \text{ ثم عيّن طبيعة المثلث } ABC$$

2. احسب لاحقة النقط G مركز ثقل لمثلث ABC

3. احسب لاحقة النقط D صورة النقط G بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$

$$4. \text{ بين أن } \left(\frac{z_4 - z_D}{z_3 - z_D} \right)^{2021} = -1$$

5. استنتج أن النقط A نظيرة النقط B بالنسبة إلى D

$$-\ln(2) + \ln\left(\frac{2}{e}\right) < \ln(2)u_{n+1} + \ln\left(\frac{2}{e}\right) < \ln(2)u_n + \ln\left(\frac{2}{e}\right) \text{ يستقر}$$

$$-1 < u_{n+2} < u_{n+1} \text{ يستقر}$$

استنتاج اتجاه التغير: المتتالية (u_n) متناقصة تماما

4. تعيين قيمة α بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية .

$$v_{n+1} = 3\left(\ln(2)u_n + \ln\left(\frac{2}{e}\right)\right) + \alpha \text{ يكافئ } v_{n+1} = 3u_{n+1} + \alpha$$

$$\text{يكافئ } v_{n+1} = 3\ln(2)u_n + 3\ln(2) - 3 + \alpha$$

$$\text{يكافئ } v_{n+1} = \ln(2)\left(3u_n + 3 - \frac{3-\alpha}{\ln(2)}\right)$$

$$\text{يكفي أن يكون: } \alpha = 3 - \frac{3-\alpha}{\ln(2)} \text{ أي } \alpha = 3$$

عارة الحد العام: $v_n = 9(\ln 2)^n$

$$u_n = \frac{1}{3}v_n - 1 = \frac{1}{3}(9(\ln 2)^n) - 1 = 3(\ln 2)^n - 1$$

نهاية المتتالية (v_n) و نهاية المتتالية (u_n)

المتتالية (v_n) هندسية أساسها موجب أصغر من 1 فنهايتها 0

$$\lim u_n = \lim\left(\frac{1}{3}v_n - 1\right) = -1$$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n

$$w_n = u_0 + \frac{u_1}{\ln 2} + \frac{u_2}{(\ln 2)^2} + \dots + \frac{u_n}{(\ln 2)^n}$$

5. تقارب المتتالية (w_n)

$$w_n = u_0 + \frac{u_1}{\ln 2} + \frac{u_2}{(\ln 2)^2} + \dots + \frac{u_n}{(\ln 2)^n}$$

$$w_n = \frac{1}{3}v_0 - 1 + \frac{\frac{1}{3}v_1 - 1}{\ln 2} + \frac{\frac{1}{3}v_2 - 1}{(\ln 2)^2} + \dots + \frac{\frac{1}{3}v_n - 1}{(\ln 2)^n}$$

$$w_n = \frac{1}{3}(v_0 + v_1 + \dots + v_n) - 1 - \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{(\ln 2)^2} + \dots - \frac{1}{(\ln 2)^n}$$

المتتالية (w_n) مجموع متتاليتين متقاربتين فهي متقاربة

التصنيف الثالث:

1. حساب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - e^x - x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x(e^x - 1) - x = +\infty$$

2. إثبات أن المستقيم (D) مقارب مائل للمنحنى (C) عند $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (-x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} - e^x = 0$$

3. الوضع النسبي للمنحنى (C) مع المستقيم (D) .

تدريسي إشارة الفرق $e^{2x} - e^x$ حيث $e^{2x} = e^x(e^x - 1)$

$x \in]-\infty, 0[$ لمنحنى (C) تحت المستقيم (D) .

المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في النقطة التي فاصلتها 0

$x \in]0, +\infty[$ لمنحنى (C) فوق المستقيم (D) .

التصنيف الأول:

$$R1 ; R1 ; R1 ; R2 ; B2 ; B2 ; B3 ; V1 ; V3$$

$$1. \text{ إثبات أن: } P(A) = \frac{4}{9} \text{ وأن } P(B) = \frac{5}{84}$$

$$P(B) = \frac{A_2^2 + A_3^2}{A_3^2} = \frac{5}{84} \text{ و } P(A) = \frac{A_4^2 \times A_2^2}{A_3^2} = \frac{4}{9}$$

2. حساب $P(A \cap B)$ ثم استنتاج $P(A \cup B)$:

$$P(A \cap B) = \frac{A_3^3}{A_3^3} = \frac{6}{504} = \frac{1}{84}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{31}{63}$$

$$3. \text{ إثبات أن } P(X=0) = \frac{55}{84}$$

$$P(X=0) = \frac{C_4^2 C_3^1 + C_3^2 C_6^1 + C_2^2 C_3^1}{C_9^3} = \frac{55}{84}$$

4. قيم المتغير العشوائي X : $X = \{-5, 0, 5\}$

5. قانون احتمال المتغير العشوائي X

x_i	-5	0	5
$P(X=x_i)$	$\frac{24}{84}$	$\frac{55}{84}$	$\frac{5}{84}$

$$6. \text{ حساب } E(X) = \sum p_i x_i = \frac{-95}{84}$$

7. مجموع الربح المتوقع بعد إعادة هذه اللعبة 2000 مرة

$$2000E(X) = -2262$$

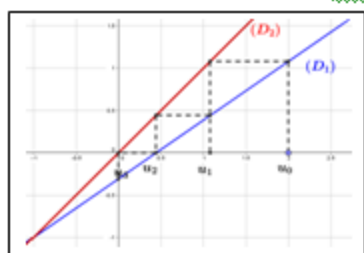
من المتوقع خسارة ما يقارب 2262 ديناراً

التصنيف الثاني:

1. فاصلة نقطة تقاطع (D_1) و (D_2) : يحل المعادلة

$$x = 2 \text{ نجد: } 3x - 4 = x$$

2. تمثيل (D_1) و (D_2) والحدود



3. إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $-1 < u_{n+1} < u_n$

بالتدريج:

$$u_1 = \ln(8) - 1 \text{ و } u_0 = 2 \text{ لدينا}$$

$$-1 < u_1 < u_0 \text{ فالخاصية محققة من أجل } 0$$

ب- نبرهن صحة الاستنتاج: $-1 < u_{n+1} < u_n$ يستقر

$$-1 < u_{n+2} < u_{n+1} < u_n \text{ يستقر}$$

$$-1 < u_{n+1} < u_n \text{ يستقر}$$

