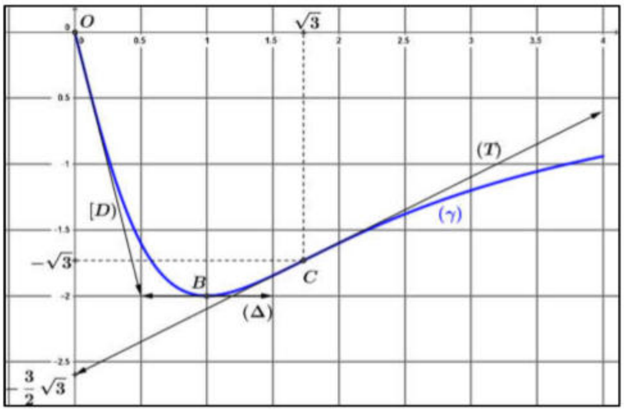


التصحيح النموذجي

التمرين الأول: (7 نقاط)

بقراءة بيانية:

1) الدالة f مستمرة على $[0;4]$.

التبرير: يمكن رسم منحناها دون رفع القلم (اليد).

أو لأنّ الدالة f قابلة للاشتقاق على $[0;4]$. (0.5 ن)

2) المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا α على $[0;0.5]$

لأنّ: المستقيم ذو المعادلة $y=-0.5$ يقطع (γ) في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $\alpha\in]0;0.5[$. (1 ن)

أو نقدّم شروط مبرهنة القيم المتوسطة ونتيجتها كما يلي:

لأنّ الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0;0.5]$ و $[f(0.5)\approx-1.6]<-0.5<[f(0)=0]$ فإنّ المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا α محصورا بين 0 و0.5.

3) الحساب: $\boxed{f(\sqrt{3})=-\sqrt{3}}$ ، $\boxed{f(1)=-2}$ و $\boxed{f(0)=0}$ ثمّ $\boxed{f'(\sqrt{3})=\frac{-\sqrt{3}-\left(-\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)}{0-\sqrt{3}}=\frac{1}{2}}$ ، $\boxed{f'(1)=0}$ و

$\boxed{f_R'(0)=\frac{0-2}{0-0.5}=-4}$ (0.25×6=1.5 ن)

4) استنتاج معادلة لكل من: نصف المماس $[D)$ والمماس (Δ).

معادلة (Δ): $\boxed{y=-2}$ (0.25 ن)

ومعادلة $[D)$: $y=f_R'(0)(x-0)+f(0);\ x\geq 0$ ومنه: $\boxed{y=-4x};\ x\geq 0$ (0.5 ن)

النقطة B هي ذروة للمنحنى (0.25 ن)

5) جدول تغيّرات f وجدول إشارة $f'(x)$ من أجل $x\in[0;4]$

انظر الجدول المقابل. (0.5 ن)

x	0		1		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	2	↗	$\frac{-16}{17}$

6) أ) تبيان أنّ معامل توجيه (T) يساوي $\frac{1}{2}$ ثمّ تعيّن معادلة له.

لدينا مما سبق: $\boxed{f'(\sqrt{3})=\frac{1}{2}}$ وتنتج معادلة له: $\boxed{y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\sqrt{3}}$ (0.5 ن)

ب) تحديد وضعيّة (γ) و (T). وتسمية النقطة C ، واستنتاج $f''\left(\sqrt{3}\right)$

عندما: $x\in\left[0;\sqrt{3}\right[$ المنحنى (γ) يقع فوق المماس (T)، عندما: $x=\sqrt{3}$ المنحنى (γ) والمماس (T) متقاطعان.

وعندما: $x \in \left]\sqrt{3};4\right[$ المنحنى (γ) يقع تحت المماس (T). (0.5 ن)

النقطة C هي نقطة انعطاف. (0.25 ن) $\boxed{f''(\sqrt{3})=0}$ (0.25 ن)

ج) استنتاج بيانيا في المجال $[0;4]$ حل المتراجحة: $-4 \le f'(x) \le 0$ تكافئ $0\le x\le 1$ (0.5 ن)

7) المناقشة البيانية لوجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=k$ (0.5 ن)

الحلول هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (γ) والمستقيم ذي المعادلة: $y=k$

عندما: $0\le k<\frac{-16}{17}$ يوجد حل وحيد.

وعندما: $k=-2$ يوجد حل مضاعف $(x=1)$

وعندما: $\frac{-16}{17}<k<-2$ يوجد حلان.

وعندما: $k<2$ لا توجد حلول.

التمرين الثاني: (3 نقاط)

إليك جدول تغيرات دالة u.

x	-3		-1		0		1		2		3
$u'(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$u(x)$	-1	↘	-2	↗	0	↗	2	↘	0	↘	-1

1. استنتاج إشارة $u(x)$. (0.5 ن)

من جدول تغيرات u نستنتج جدول الإشارة التالي:

x	-3		0		2		3
$u(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2. نعرف الدالتين: k و t بـ: $k(x)=\sqrt{u(x)}$ و $t(x)=[u(x)]^2$

أ) استنتاج مجموعة تعريف كل من k و t.

$D_k=\{x\in D_u : u(x)\ge 0\}$ ومنه: $\boxed{D_k=[0;2]}$ (0.25 ن)

$D_t=\{x\in D_u\}$ ومنه: $\boxed{D_t=D_u=[-3;3]}$ (0.25 ن)

ب) التعبير عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

$\boxed{k'(x)=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}}$ (0.5 ن) و $\boxed{t'(x)=2u'(x)\times u(x)}$ (0.5 ن)

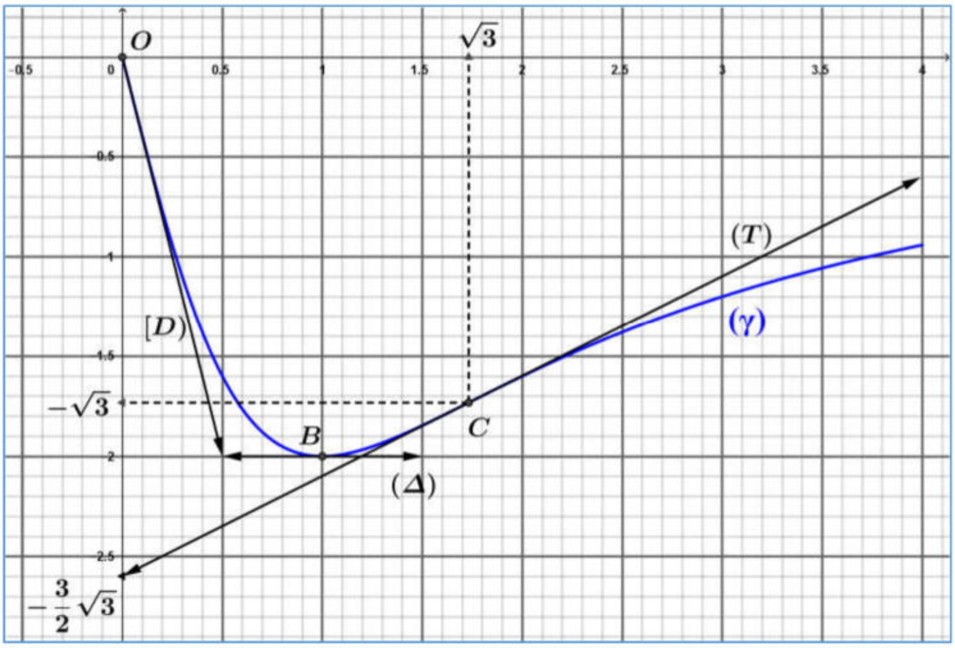
ج) جدول تغيرات كل من k و t.

جدول تغيرات k. إشارة k' من إشارة u' (0.5 ن)

x	0		1		2
$k'(x)$		$+$	0	$-$	
$k(x)$	0	↗	$\sqrt{2}$	↘	0

جدول تغيرات t. إشارة t' من إشارة الجداء $u'.u$ (0.5 ن)

x	-3		-1		0		1		2		3
$u'(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$u(x)$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$t'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$t(x)$	1	↗	4	↘	0	↗	4	↘	0	↗	1



التمرين الأول:

$(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ معلم متعامد ومتجانس، f دالة قابلة للاشتقاق على $[0;4]$.

باستعمال برمجية جيوجبرا GeoGebra، مثّلنا المنحنى (γ) للدالة f، ونصف المماس $[D)$ عند النقطة O على اليمين، والمماسين (Δ) و (T) عند النقطتين B و C على الترتيب.

بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

1) هل f مستمرة على $[0;4]$؟ برّر إجابتك.

2) بيّن أن المعادلة $f(x)=-0.5$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0;0.5]$.

3) أحسب: $f\left(\sqrt{3}\right)$، $f(1)$ و $f(0)$، ثمّ $f'\left(\sqrt{3}\right)$، $f'(1)$ و $f_R'(0)$.

4) استنتج معادلة لكل من نصف المماس $[D)$ والمماس (Δ). ماذا تسمى النقطة B؟

5) شكّل جدول تغيّرات f على المجال $[0;4]$، مبينا فيه إشارة $f'(x)$.

6) أ) بيّن أنّ معامل توجيه المماس (T) يساوي $\frac{1}{2}$، ثمّ عيّن معادلة له.

ب) حدّد وضعيّة المنحنى (γ) والمماس (T). ماذا نسمي النقطة C من المنحنى (γ)؟ استنتج العدد $f''\left(\sqrt{3}\right)$.

جـ) استنتج بيانيا في المجال $[0;4]$ حلَّ المتراجحة: $-4 \le f'(x) \le 0$

7) نقبل أنّ: $f(4)=\frac{-16}{17}$ وليكن k عددا حقيقيا سالبا، ناقش بيانيا على المجال $[0;4]$، حسب قيم الوسيط k وجود وعدد حلول المعادلة $f(x)=k$.

التمرين الثاني: إليك جدول تغيرات دالة u.

x	-3		-1		0		1		2		3
$u'(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$u(x)$	-1	↘	-2	↗	0	↗	2	↘	0	↘	-1

1. استنتج إشارة $u(x)$.
2. نعرّف الدالتين: k و t بـ:
$k(x)=\sqrt{u(x)}$
و $t(x)=\left[u(x)\right]^2$.

أ-استنتج مجموعة تعريف كل من k و t.

ب-عبّر عن كل من $k'(x)$ و $t'(x)$ بدلالة $u'(x)$ و $u(x)$

جـ -شكّل جدولي تغيرات كل من k و t.

انتهى. بالتوفيق.